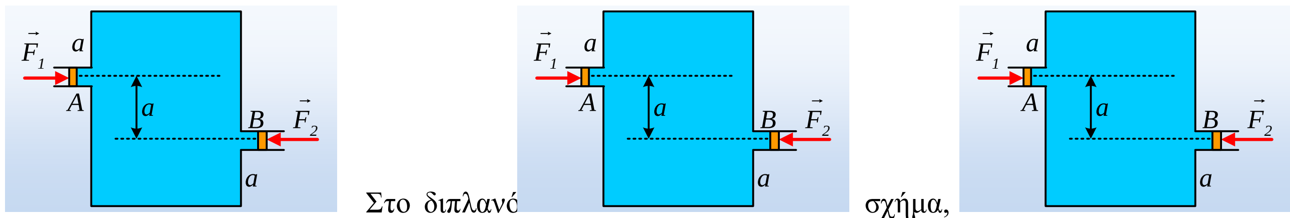
Δύο έμβολα και οι πιέσεις.



Στο διπλανό σχήμα, βλέπετε μια κατακόρυφη τομή ενός κυλινδρικού δοχείου ύψους h=3α=3m το οποίο είναι γεμάτο νερό, στο οποίο υπάρχουν δύο αβαρή έμβολα Α και Β, τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές, σε ισορροπία. Τα εμβαδά των εμβόλων είναι $A=4cm^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000kg/m^3$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{ατ}=10^5Pa$ και $g=10m/s^2$.

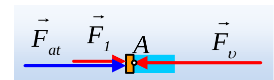
i) Για τα μέτρα των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στα έμβολα ισχύει:

α) $F_1 < F_2$, β) $F_1=F_2$, γ) $F_1 > F_2$.

ii) Αν F_1=20N, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F_2.

iii) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που το νερό ασκεί στην πάνω και κάτω βάση του κυλίνδρου, εμβαδού $A_1=2m^2$.

Απάντηση:



i) Ας πάρουμε το Α έμβολο. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που δέχεται, όπου $F_υ$ η δύναμη από το υγρό. Το έμβολο ισορροπεί, οπότε:

$$F_υ=F_1+F_{at} \rightarrow p_A\cdot A=F_1+p_{at}\cdot A \text{ ή } p_A=\frac{F_1}{A}+p_{at} \quad (1)$$

όπου p_A η πίεση του υγρού στην **εσωτερική** πλευρά του εμβόλου.

Ίδια εξίσωση ισχύει και για έμβολο Β: $p_B=\frac{F_1}{A}+p_{at}$.

Αλλά για τις πιέσεις αυτές ισχύει:

$$p_B-p_A=\rho gy=\rho ga \quad (2)$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι $p_A<p_B$, οπότε:

$$\frac{F_1}{A}+p_{at}<\frac{F_2}{A}+p_{at} \rightarrow$$

$$F_1<F_2$$

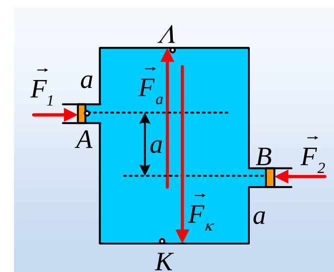
Σωστή η α) πρόταση.

ii) Επανερχόμενοι στη σχέση (2) παίρνουμε:

$$p_B-p_A=\rho ga \rightarrow$$

$$\frac{F_2}{A} + p_{at} - \frac{F_1}{A} - p_{at} = \rho g a \rightarrow$$

$$F_2 = F_1 + \rho g a A = 20\,N + 1.000 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10^{-4}\,N = 24\,N$$



iii) Ας πάρουμε ως σημείο αναφοράς το σημείο Α, στη δεξιά πλευρά του πρώτου εμβόλου, στο οποίο η πίεση είναι ίση με $p_A = \frac{F_1}{A} + p_{at}$.

α) Για την πάνω έδρα έχουμε:

$$p_A - p_\Lambda = \rho g \alpha \rightarrow p_\Lambda = p_A - \rho g \alpha = \frac{F_1}{A} + p_{at} - \rho g a \rightarrow$$

$$F_a = p_\Lambda \cdot A_1 = \left(\frac{F_1}{A} + p_{at} - \rho g a\right) \cdot A_1 \rightarrow$$

$$F_a = \left(\frac{20}{4 \cdot 10^{-4}} + 10^5 - 1.000 \cdot 10 \cdot 1\right) \cdot 2\,N = 28 \cdot 10^4\,N = 280.000\,N$$

β) για την κάτω βάση του δοχείου:

$$p_K - p_A = \rho g y \rightarrow p_K = p_A + 2\rho g \alpha = \frac{F_1}{A} + p_{at} + 2\rho g a \rightarrow$$

$$F_K = p_K \cdot A_1 = \left(\frac{F_1}{A} + p_{at} + 2\rho g a\right) \cdot A_1 \rightarrow$$

$$F_K = \left(\frac{20}{4 \cdot 10^{-4}} + 10^5 + 2 \cdot 1.000 \cdot 10 \cdot 1\right) \cdot 2\,N = 34 \cdot 10^4\,N = 340.000\,N$$

dmargaris@gmail.com